**Правительство Российской Федерации**

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБ О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Конкретная Математика

Concrete Mathematics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 002286

Санкт-Петербург

2020

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Задачей дисциплины является изучение основных методов построения теоретико-числовых алгоритмов, вопросов элиминации кванторов и разрешимости для различных фрагментов арифметики, оценка сложности ряда классических алгоритмических вопросов теории чисел, таких как установление разрешимости диофантовых уравнений. Дополнительной целью курса является расширение математического кругозора обучающихся введением в вопросы *p*-адического анализа и круг проблем, связанных с установлением неразрешимости десятой проблемы Гильберта.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Дисциплина изучается в 7-м семестре бакалавриата. Обучающиеся должны обладать математической культурой, обычно приобретаемой к данному этапу обучения, и освоить программу общего курса «Математическая логика».

**1.3. Перечень результатов обучения (learningoutcomes)**

* Знать основные теоретико-числовые алгоритмы; основные понятия элементарной теории чисел, такие как квадратичный закон взаимности и символ Якоби; теорему Дирихле о диофантовых приближениях и формулировку её обобщенной версии; определение и основные свойства *p*-адических чисел, формулировку теоремы Островского; определение диофантова множества, их простейшие свойства и примеры диофантовых представлений; формулировку DPRM-теоремы; определение классов сложности P, NP, NP-полных проблем и ряд примеров NP-полных задач, таких как распознавание формул экзистенциальной арифметики Пресбургера; определение классов сложности co-NP, D, FP, #P, PP и их взаимосвязи с классами P и NP.
* Уметь оперативно владеть базовыми теоретико-числовыми алгоритмами, такими как расширенный алгоритм Эвклида или обобщенная китайская теорема об остатках; уметь проэлиминировать кванторы в Арифметике Пресбургера; построить поле *p*-адических чисел; строить простейшие диофантовы представления множеств; доказывать выразимость простейших отношений в различных арифметических структурах; доказывать NP-полноту простых теоретико-числовых задач, таких как разрешимость линейного диофантова уравнения в неотрицательных целых числах; уметь применять теорему Ленстры для построения полиномиальных алгоритмов при фиксированном параметре.

Компетенции, формируемые в результате освоения основной образовательной программы

|  |  |
| --- | --- |
| Код компетенции | Наименование и (или) описание компетенции |
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности |
| ПКА-1 | Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий |

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Объем лекционных занятий составляет 2 часа в неделю, практических занятий – 1 час в неделю. Часть материала курса составляет содержание задач, получаемых обучающимися после каждого лекционного занятия. Задач обычно две. Полученные решения и появляющиеся вопросы обсуждаются на следующем практическом занятии.

Для осуществления контроля успеваемости в конце семестра предусмотрены консультация и экзамен.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторныеработы | контрольныеработы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 32 |  | 2 | 15 |  |  |  | 2 | 2 |  |  |  | 61 |  | 30 |  | 19 | 4 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 10-25 |  |  |  | 2-100 | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 | 15 |  |  |  | 2 | 2 |  |  |  | 61 |  | 30 |  | 19 | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): Семестр 7

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| I. | Элементы теории чисел | лекции | 18 |
| практические занятия | 9 |
| II. | Сложность арифметических вопросов | лекции | 14 |
| практические занятия | 6 |
| III. | Промежуточная аттестация | консультация | 2 |
| самостоятельная работа | 30 |
| экзамен | 2 |

##### План курса и приблизительный список вопросов.

##### Курсивом помечены те вопросы, которые в предыдущие годы являлись частью задач для практических занятий. Эти темы могут быть, как исключены и даны лишь в виде формулировок, так и, наоборот, рассказаны на лекциях.

##### I. Элементы теории чисел.

1. Расширенный алгоритм Эвклида. Примеры применения. Решение линейного диофантова уравнения в целых числах.
2. Обобщенная китайская теорема об остатках. *Примеры применения (о предикатах квадратичного роста)*.
3. Элиминация кванторов в Арифметике Пресбургера.
4. Def-полнота арифметических структур. *Пример: 〈ℕ; =,+, ⊥〉*.
5. *Теорема Робинсон о Def-полноте структуры 〈ℕ; S,|〉*.
6. Квадратичные вычеты - символ Лежандра и критерий Эйлера.
7. Квадратичный закон взаимности.
8. Символ Якоби - определение, основные свойства, квадратичный закон, алгоритм вычисления.
9. Алгоритм Тонелли-Шенкса решения квадратичного сравнения по простому модулю.
10. Def-полнота 〈ℕ;+,=,Sq〉 . DPRM-теорема и *∃Def-полнота 〈ℕ ; +,|,Sq〉*. Связь вопроса о разрешимости ∃Th〈ℕ;+,=,Sq〉 с гипотезой Бюхи.
11. Истинность гипотезы Бюхи в ℤ/*p*ℤ . Приложения к проблеме нахождения квадратичного невычета.
12. Решение квадратичного сравнения по произвольному модулю.
13. Алгебраическое построение кольца целых *p*-адических чисел. Единицы кольца ℤ*p*.
14. Построение ℚ*p* как поля частных ℤ*p*. *p*-показатель, *p*-адическое нормирование на ℚ*p*. Сходимость в ℚ*p*. Представление *p*-адических чисел рядами.
15. *Лемма Гензеля*.
16. *Квадраты в ℚp и проблема Бюхи в ℤp. Экзистенциальная выразимость отношения α ∈ ℤp в структуре 〈ℚp; 0,1,+, ⋅ ,=〉*.
17. Элиминация кванторов в Th〈ℚp; 0,1,+,-,=,div〉 .

##### II. Сложность арифметических вопросов.

1. Определение классов сложности **P**, **NP**. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Формулировка теоремы Кука-Левина и NP-полнота 3SAT, ONE-IN-THREE 3SAT.
2. Теорема Кука-Левина.
3. *NP-полнота задач LDE({0,1}) и LDE(ℕ)*.
4. NP-полнота задачи о системе несравнимостей (SI). *Следствие об NP-трудности конъюнктивной ∃Th〈ℕ;S,⊥〉*.
5. *Класс* ***co-NP****. Сертификат Пратта. Задачи из* ***NP*** *∩* ***co-NP***.
6. *co-NP-полные задачи. Примеры; co-NP-полная ∈* ***NP ⇒ NP****=****co-NP***.
7. Формулировка теоремы Ленстры. *Пример о совместных диофантовых приближениях*.
8. Теорема Адлемана-Мандерса для квадратичного сравнения на отрезке.
9. Теорема Адлемана-Мандерса для диофантова уравнения ax2+by=c .
10. *Сведение ∃Th〈ℕ;+,1,|〉 к разрешимости систем делимостей линейных полиномов. NP-трудность при фиксированном числе переменных и делимостей*.
11. Диофантовы полиномиально ограниченные множества. Класс **D**. Взаимосвязь с классами **P**, **NP** и **co-NP**. Формулировка теоремы Кента-Ходжсона.
12. Доказательство a=bс ∈ **D**.
13. Определение классов сложности **FP**, **#P**, **PP**. *Доказательство* ***P*** *=* ***PP ⇔ FP*** *=* ***#P***.
14. *Взаимосвязь* ***PP*** *с классом сложности* ***NP****:* ***NP ⊆ PP****.* ***PP*** *=* ***co-PP***. Формулировка теоремы Тоды.
15. #P-полные задачи. Определение, *примеры: #SAT и #3SAT*.
16. #P-полнота вычисления перманента 0-1 матрицы.**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Использование дополнительной литературы не является обязательным, а лишь факультативным. Основной эффект от обучения достигается при решении домашних задач. Задачи тесно связаны с лекциями, и решить их, обычно, невозможно, не усвоив лекционный материал.

Задач на каждое практическое занятие обычно две, и они представляют собой “длинные упражнения”. Именно, некоторое утверждение разбивается на несколько этапов, набросок которых дан в условии. Рассмотрим два примера таких упражнений: пункты 2 и 5 Части I из пункта 2.2.

* 1. Двухместный предикат *P(x,y)* на ℕ2 называется *предикатом квадратичного роста*, если 1) Существуют положительные целые числа *C* и *e*, что *∀x∀y(P(x,y) ⇒ y≤Cxe)* и 2) *∀x(P(x, x2))*. Ясно, что *e ≥ 2*. Например, предикат *y ≤ x3* является предикатом квадратичного роста. Рассматривая квадраты модулей в гёделевом кодировании: *(xn!+1)2* , *(2xn!+1)2* ,..., *(nxn!+1)2* , показать, что отношение *y =x2* выразимо некоторой бескванторной формулой в структуре *〈ℕ;+,1, | ,P〉* , где *P* есть некоторый предикат квадратичного роста.
  2. (Теорема Дж. Робинсон) Докажем выразимость *z=x⋅y* в *〈ℕ;S, |〉* , где, как обычно, *Sx=x+1*, a *x | y* означает, что *∃z(y=x⋅ z)*. Отсюда из выразимости сложения с помощью *S* и умножения следует Def-полнота *〈ℕ;S, |〉* .

α) Покажите, что отношения *x=0*, *x ⊥ y*, *z= НОК (x,y)*, *x≡1(*mod *y), x* – простое, выразимы в структуре *〈ℕ;S, |〉* .

β) Лемма. Пусть простое число *p* не делит *a0*, *a1*,..., *an*. Тогда найдётся *x*, что *xa0 ≡ 1(*mod*p)* и для всякого *i*=*0*…*n* имеем *x* ⊥ *ai*.

γ ) Пользуясь тем, что *x=y* ⇔ *x≡y*(mod *p*) для бесконечного множества простых *p*, выразить *z=x⋅y* .

Таким образом, практические занятия служат закреплению и расширению теоретического материала лекций. Уровень и глубина освоения курса, как обычно, зависит от активной систематической работы обучающихся.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При самостоятельном изучении теоретического материала и выполнении практических заданий можно использовать рекомендованную основную и дополнительную литературу.

Замечательно умение воспользоваться современной научной литературой, например, работами 3.4.3-9) и 3.4.3-11), тесно связанными с материалом курса.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Формой текущего контроля успеваемости являются рассказы обучающимися своих вариантов решения задач, активность на практических и лекционных занятиях. Результаты текущего контроля оцениваются преподавателем. На последнем занятии по каждой из двух глав курса преподаватель объявляет обучающимся итоговые результаты активности. На основании данных результатов преподаватель может предложить освободить от ответа на вопрос билета, соответствующий этой главе. Освобождение вступает в силу, если среди присутствующих на этих занятиях обучающихся будет не более одного голоса «против». Таким образом, на экзамене нужно будет либо ответить только на один вопрос (сделано 60% работы), либо, для получения оценки «отлично», необходимо решить задачу (80%). Явно отличившиеся при изучении данного курса могут получить оценку «отлично», если на последнем занятии среди присутствующих обучающихся будет не более двух голосов «против» (90%).

К экзамену допускаются все, записанные на курс обучающиеся.

Экзамен проводится в устной форме. Для обучающихся, не принимавших активного участия по ходу семестра, экзамен состоит из 2-х этапов:

1 этап. Обучающемуся предлагается 4-6 вопросов на знание определений и формулировок (каждый вопрос 0-5-10-15 баллов). Ответ без подготовки (2 минуты на вопрос). Если набрано меньше 50 баллов, выставляется оценка «неудовлетворительно». Если данные ответы неточны, или даны правильные ответы, но не на все вопросы, и было получено меньше 60 баллов, выставляется оценка «удовлетворительно».

2 этап. Если обучающийся отвечает правильно на все вопросы (т.е. получает больше 60 баллов, если больше, то оставшиеся баллы далее не учитываются), он готовится к сдаче экзамена по билету. Он уже имеет оценку «удовлетворительно», и, при желании, может остановиться на этой оценке и не брать билет.

Билет состоит из двух вопросов: по каждой из частей курса. По каждому вопросу можно получить 0-5-10 баллов. На подготовку ответа даётся не менее одного академического часа (без каких-либо ограничений на используемые источники информации).

При ответе только на один из вопросов, или неполном ответе на каждый из вопросов (т.е. в сумме 5-10 баллов), выставляется оценка «хорошо», иначе выставляется оценка «удовлетворительно».

При полном исчерпывающем ответе по вопросам билета (15-20 баллов), обучающийся может либо сразу получить оценку «хорошо», либо получить задачу, решение которой необходимо для получения оценки «отлично» и оценивается в 0-5-10-20 баллов. Если суммарный результат 2 этапа экзамена составит 90 баллов и больше, выставляется оценка «отлично». Для получения оценки по шкале ECTS применяется следующая таблица:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Итоговый процент  выполнения, % | Оценка СПбГУ при  проведении зачёта | Оценка  ECTS | Оценка СПбГУ при  проведении экзамена |
| 90-100 | зачтено | A | отлично |
| 80-89 | зачтено | B | хорошо |
| 71-79 | зачтено | C | хорошо |
| 60-70 | зачтено | D | удовлетворительно |
| 50-59 | зачтено | E | удовлетворительно |
| менее 50 | не зачтено | F | неудовлетворительно |

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

*Пример списка вопросов для устного экзамена:*

##### I. Элементы теории чисел.

1. Расширенный алгоритм Эвклида. Примеры применения. Решение линейного диофантова уравнения в целых числах.
2. Обобщенная китайская теорема об остатках. *Примеры применения (о предикатах квадратичного роста)*.
3. Элиминация кванторов в Арифметике Пресбургера.
4. Def-полнота арифметических структур. *Пример: 〈ℕ; =,+, ⊥〉*.
5. *Теорема Робинсон о Def-полноте структуры 〈ℕ; S,|〉*.
6. Квадратичные вычеты - символ Лежандра и критерий Эйлера.
7. Квадратичный закон взаимности.
8. Символ Якоби - определение, основные свойства, квадратичный закон, алгоритм вычисления.
9. Алгоритм Тонелли-Шенкса решения квадратичного сравнения по простому модулю.
10. Def-полнота 〈ℕ;+,=,Sq〉 . DPRM-теорема и *∃Def-полнота 〈ℕ ; +,|,Sq〉*. Связь вопроса о разрешимости ∃Th〈ℕ;+,=,Sq〉 с гипотезой Бюхи.
11. Истинность гипотезы Бюхи в ℤ/*p*ℤ . Приложения к проблеме нахождения квадратичного невычета.
12. Решение квадратичного сравнения по произвольному модулю.
13. Алгебраическое построение кольца целых *p*-адических чисел. Единицы кольца ℤ*p*.
14. Построение ℚ*p* как поля частных ℤ*p*. *p*-показатель, *p*-адическое нормирование на ℚ*p*. Сходимость в ℚ*p*. Представление *p*-адических чисел рядами.
15. *Лемма Гензеля*.
16. *Квадраты в ℚp и проблема Бюхи в ℤp. Экзистенциальная выразимость отношения α ∈ ℤp в структуре 〈ℚp; 0,1,+, ⋅ ,=〉*.
17. Элиминация кванторов в Th〈ℚp; 0,1,+,-,=,div〉 .

##### II. Сложность арифметических вопросов.

1. Определение классов сложности **P**, **NP**. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Формулировка теоремы Кука-Левина и NP-полнота 3SAT, ONE-IN-THREE 3SAT.
2. Теорема Кука-Левина.
3. *NP-полнота задач LDE({0,1}) и LDE(ℕ)*.
4. NP-полнота задачи о системе несравнимостей (SI). *Следствие об NP-трудности конъюнктивной ∃Th〈ℕ;S,⊥〉*.
5. *Класс* ***co-NP****. Сертификат Пратта. Задачи из* ***NP*** *∩* ***co-NP***.
6. *co-NP-полные задачи. Примеры; co-NP-полная ∈* ***NP ⇒ NP****=****co-NP***.
7. Формулировка теоремы Ленстры. *Пример о совместных диофантовых приближениях*.
8. Теорема Адлемана-Мандерса для квадратичного сравнения на отрезке.
9. Теорема Адлемана-Мандерса для диофантова уравнения ax2+by=c .
10. *Сведение ∃Th〈ℕ;+,1,|〉 к разрешимости систем делимостей линейных полиномов. NP-трудность при фиксированном числе переменных и делимостей*.
11. Диофантовы полиномиально ограниченные множества. Класс **D**. Взаимосвязь с классами **P**, **NP** и **co-NP**. Формулировка теоремы Кента-Ходжсона.
12. Доказательство a=bс ∈ **D**.
13. Определение классов сложности **FP**, **#P**, **PP**. *Доказательство* ***P*** *=* ***PP ⇔ FP*** *=* ***#P***.
14. *Взаимосвязь* ***PP*** *с классом сложности* ***NP****:* ***NP ⊆ PP****.* ***PP*** *=* ***co-PP***. Формулировка теоремы Тоды.
15. #P-полные задачи. Определение, *примеры: #SAT и #3SAT*.
16. #P-полнота вычисления перманента 0-1 матрицы.

*Примеры домашних задач:*

1. Покажите, что для проблемы совместности в ℕ систем делимостей значений линейных полиномов (при условии бинарного кодирования коэффициентов линейных выражений) можно доказать её NP-трудность уже при фиксированных значениях числа переменных *n=4* и числа делимостей *m=5*.
2. Мы определили класс языков **PP**. Покажите, что α) **NP** ⊆ **PP**. β) **PP** = **co-PP.**

*Примеры экзаменационных задач:*

1. 1. Пусть *D(x,y)* ⇋ *x(1+x) | y* . Докажите Def-полноту структуры *〈ℕ;D, |〉* , где, как обычно, *x | y* означает делимость *y* на *x*.
2. 2. Докажите или опровергните, что для всяких целых *x ≥ 1* и *y ≥ 0* выполняется
3. *y( x+1) +1* | *x2* ⇔ *y=0* ˅ *y=x-1*.
4. 3. Докажите NP-трудность (полиномиальным сведением к указанной проблеме задачи ONE-IN-THREE 3SAT) проверки совместности в ℚp систем выражений вида *A****x***=*b*˄ для случая *p=3*.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению лекционных занятий должны привлекаться преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуется стандартная лекционная аудитория с меловыми или маркерными досками.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не требуется.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел, маркеры, тряпки для стирания мела, губки для стирания маркерной записи.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел, СПб.: Лань, 2009.
2. Боревич З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел, М.: Наука, 1985.
   * 1. **Список дополнительной литературы**
3. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Мир, М. 1998
4. Косовский Н. К. Основы теории элементарных алгоритмов, Ленинград : Изд. Ленингр. ун-та, 1987.
5. Матиясевич Ю.В. Десятая проблема Гильберта, М.: Физматлит, 1993.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1. Cohen H., A Course in Computational Algebraic Number Theory, Springer-Verlag, Vol. 138, 1993.
2. Schrijver A., Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley and Sons, 1986.
3. Papadimitriou C.H., Computational Complexity, Addison-Wesley, 1994.
4. Arora S., Barak B., Computational Complexity: A Modern Approach, Cambridge University Press, 2009.
5. Manders, K. and L. Adleman. NP-complete decision problems for binary quadratics. Journal of Computer and System Sciences. vol. 16 (1978), pp. 168-184.
6. Bes A. A survey of arithmetical definability // Societe Mathematique de Belgique. (2002), pp. 1–54.
7. Pasten H., Pheidas T., Vidaux X. A survey on Buchi’s problem: new presentations and open problems // Zap. Nauchn. Sem. POMI. vol. 377 (2010) pp. 111–140.
8. Кноп А. А. Диофантова иерархия // Записки научных семинаров ПОМИ. Т. 399 (2012), c. 109–127.
9. Lechner, A., Ouaknine J., Worrell J. On the Complexity of Linear Arithmetic with Divisibility // 30th Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science, LICS 2015, pp. 667-676.
10. Haase, C. A Survival Guide to Presburger Arithmetic // ACM SIGLOG News. vol. 8, no. 3 (2018), pp. 67-82.
11. Gu´epin F., Haase, C., Worrell, J. On the Existential Theories of B¨uchi Arithmetic and Linear p-adic Fields // 30th Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science, LICS 2019, pp. 1-10.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Старчак Михаил Романович, ассистент кафедры информатики, <mikhstark@gmail.com>.